

Sei $f_1(n) = O(g_1(n))$, $f_2(n) = O(g_2(n))$. Gilt dann $f(n) := f_1(n) + f_2(n) = O(g_1(n) + g_2(n))$?

$$f_1(n) = O(g_1(n)) \Rightarrow \exists \underset{c_1 \in \mathbb{R}^+}{\exists} \underset{n_1 \geq n}{\exists} \forall \underset{n \geq n_1}{n} f_1(n) \leq c_1 \cdot g_1(n)$$

$$f_2(n) = O(g_2(n)) \Rightarrow \exists \underset{c_2 \in \mathbb{R}^+}{\exists} \underset{n_2 \geq n}{\exists} \forall \underset{n \geq n_2}{n} f_2(n) \leq c_2 \cdot g_2(n)$$

Wähle nun $c := \max(c_1, c_2)$, $n_0 := \max(n_1, n_2)$

Dann gilt

$$f_1(n) \leq c \cdot g_1(n) \wedge f_2(n) \leq c \cdot g_2(n) \quad \text{für alle } n \geq n_0$$

Also auch

$$f_1(n) + f_2(n) \leq c \cdot g_1(n) + c \cdot g_2(n) = c \cdot (g_1(n) + g_2(n)) \quad \text{für alle } n \geq n_0$$