

Theoretische Informatik

Übung "Kontextfreie Grammatiken"

Prof. Dr. Jürgen Brauer

Aufgabe 1 - Chomsky Normalform

Eine Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ liegt in Chomsky-Normalform vor, wenn alle Regeln der Form $S \rightarrow \varepsilon$, $A \rightarrow \sigma$ oder $A \rightarrow BC$ sind mit $A \in V$, $B, C \in V \setminus \{S\}$ und $\sigma \in \Sigma$.

Wandeln Sie folgende Grammatik G_1 in Chomsky-Normalform um!

$$G_1 = (\{S, X, Y, Z\}, \{a, b, c\}, P, S)$$

mit P :

$$S \rightarrow aX$$

$$X \rightarrow bY$$

$$Y \rightarrow cZ$$

$$Z \rightarrow \varepsilon | Y$$

Schritt 1: Elimination der ε -Regeln:

$$S \rightarrow aX$$

$$X \rightarrow bY$$

$$Y \rightarrow cZ$$

$$Y \rightarrow c$$

$$Z \rightarrow Y$$

Schritt 2: Elimination von Kettenregeln:

$$S \rightarrow aX$$

$$X \rightarrow bY$$

$$Y \rightarrow cY$$

$$Y \rightarrow c$$

Schritt 3: Separation von Terminalzeichen:

$$S \rightarrow V_a X$$

$$V_a \rightarrow a$$

$X \rightarrow V_b Y$
 $V_b \rightarrow b$
 $Y \rightarrow V_c Y$
 $V_c \rightarrow c$
 $Y \rightarrow c$

Schritt 4: Elimination von mehrelementigen Nonterminalketten:
entfällt hier, da keine vorhanden

Aufgabe 2 - Chomsky Normalform

Wandeln Sie folgende Grammatik G_2 in Chomsky-Normalform um!

$G_2 = (\{S, X, Y, Z\}, \{a, b, c, d\}, P, S)$

mit P :

$S \rightarrow XYZ$
 $X \rightarrow aX$
 $X \rightarrow a$
 $Y \rightarrow b$
 $Y \rightarrow c$
 $Z \rightarrow dZ$
 $Z \rightarrow d$

Schritt 1: Elimination der ε -Regeln:
entfällt

Schritt 2: Elimination von Kettenregeln:
entfällt

Schritt 3: Separation von Terminalzeichen:

$S \rightarrow XYZ$
 $X \rightarrow V_a X$
 $X \rightarrow a$
 $Y \rightarrow b$
 $Y \rightarrow c$
 $Z \rightarrow V_d Z$
 $Z \rightarrow d$
 $V_a \rightarrow a$
 $V_d \rightarrow d$

Schritt 4: Elimination von mehrelementigen Nonterminalketten:
 $S \rightarrow S_1 Z$

$S_1 \rightarrow XY$
 $X \rightarrow V_a X$
 $X \rightarrow a$
 $Y \rightarrow b$
 $Y \rightarrow c$
 $Z \rightarrow V_d Z$
 $Z \rightarrow d$
 $V_a \rightarrow a$
 $V_d \rightarrow d$

Aufgabe 3 - CYK Algorithmus

Gegeben sei folgende Grammatik G_3 in Chomsky-Normalform (CNF):

$G_3 = (\{S, X, Y, A, B, C\}, \{a, b, c\}, P, S)$

mit P :

$S \rightarrow AX$
 $X \rightarrow BY$
 $Y \rightarrow CY$
 $Y \rightarrow c$
 $A \rightarrow a$
 $B \rightarrow b$
 $C \rightarrow c$

Überprüfen Sie mit Hilfe des CYK-Algorithmus, ob das Wort $\omega = abccc$ in der durch G_3 erzeugten Sprache $L(G_3)$ ist und schreiben Sie hierbei die Einträge, die der Algorithmus in das CYK-Array einträgt, in folgende Tabelle auf!

	a	b	c	c	c
1.	A	B	Y,C	Y,C	Y,C
2.	-	X	Y	Y	
3.	S	X	Y		
4.	S	X			
5.	S				

Ja, es gilt: $\omega = abccc \in L(G_3)$

Aufgabe 4 - CYK Algorithmus

Gegeben sei folgende Grammatik G_4 in Chomsky-Normalform (CNF):

$$G_4 = (\{S, S_1, X, Y, Z, V_a, V_d\}, \{a, b, c, d\}, P, S)$$

mit P :

$$S \rightarrow S_1 Z$$

$$S_1 \rightarrow XY$$

$$X \rightarrow V_a X$$

$$X \rightarrow a$$

$$Y \rightarrow b$$

$$Y \rightarrow c$$

$$Z \rightarrow V_d Z$$

$$Z \rightarrow d$$

$$V_a \rightarrow a$$

$$V_d \rightarrow d$$

a) Überprüfen Sie mit Hilfe des CYK-Algorithmus, ob das Wort $\omega = abadd$ in der durch G_4 erzeugten Sprache $L(G_4)$ ist und schreiben Sie hierbei die Einträge, die der Algorithmus in das CYK-Array einträgt, in folgende Tabelle auf!

	a	b	a	d	d
1.	X, V_a	Y	X, V_a	Z, V_d	Z, V_d
2.	S_1	-	-	Z	
3.	-	-	-		
4.	-	-			
5.	-				

Nein, es gilt: $\omega = abadd \notin L(G_4)$

b) Überprüfen Sie nun, ob das Wort $\omega = aacdd$ in der durch G_4 erzeugten Sprache $L(G_4)$ ist und schreiben Sie hierbei die Einträge, die der Algorithmus in das cyk-Array einträgt wieder in folgende Tabelle auf!

	a	a	c	d	d
1.	X, V_a	X, V_a	Y	Z, V_d	Z, V_d
2.	X	S_1	-	Z	
3.	S_1	S	-		
4.	S	S			
5.	S				

Ja, es gilt: $\omega = aacdd \in L(G_4)$