Theoretische Informatik
Übung "Formale Sprachen"

Prof. Dr. Jürgen Brauer

Aufgabe 1 - Grundlegende Definitionen

a) Ist $\Sigma = \mathbb{R}$ ein gültiges Alphabet?
Nein, denn $\mathbb{R}$ ist keine endliche Menge.

b) Sei $\Sigma = \{aa, bb\}$. Wie sieht dann Σ^* und Σ^+ aus?
$\Sigma^* = \{\varepsilon, aa, bb, aaaa, aabb, bbaa, bbbb, aaaaaa, aaaabb, ...\}$
und $\Sigma^+ = \{aa, bb, aaaa, aabb, bbaa, bbbb, aaaaaa, aaaabb, ...\}$

c) Sei $\Sigma_1 = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ und $\Sigma_2 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Wie kann man dann die formale Sprache $L \subset \Sigma_1^*$ mit $L = \Sigma_1 \cup \Sigma_2\Sigma_1^*$ anders beschreiben?
$L = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, ...\} = \mathbb{N}_0$

d) Kann eine formale Sprache L auch aus der leeren Menge bestehen?
Ja, denn $L \subseteq \Sigma^*$ kann auch bedeuten, dass $L = \emptyset$

Aufgabe 2 - Grammatiken

Die Palindromsprache $L = \mathcal{P}(\Sigma)$ über einem Alphabet Σ ist die Menge der Wörter aus Σ^*, die von links und rechts gelesen die gleiche Zeichensequenz ergeben. Beispielsweise gelten für die Palindromsprache $\mathcal{P}(\{a, b, c\})$ die folgenden Beziehungen:

- $aba \in \mathcal{P}(\{a, b, c\})$
- $abccba \in \mathcal{P}(\{a, b, c\})$
- $aaaaa \in \mathcal{P}(\{a, b, c\})$
- $ab \notin \mathcal{P}(\{a, b, c\})$
- $abc \notin \mathcal{P}(\{a, b, c\})$

a) Geben Sie eine Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ an, die die Sprache $L = \mathcal{P}(\{a, b, c\})$ erzeugt!
$G = (\{S\}, \{a, b, c\}, \{S \to aSa|bSb|cSc|a|b|c|\varepsilon\}, S)$

b) Leiten Sie das Wort $\omega = abccba$ mit Hilfe Ihrer Grammatik her!

$$\begin{aligned} S &\Rightarrow aSa && (1)\\ &\Rightarrow abSba && (2)\\ &\Rightarrow abcScba && (3)\\ &\Rightarrow abccba && (4) \end{aligned}$$

Aufgabe 3 - Grammatik für reelle Zahlen

Geben Sie eine Grammatik G an, die reelle Zahlen (und nur reelle Zahlen!) erzeugen kann.

Zum Beispiel sollen sich folgende reelle Zahlen mit G erzeugen lassen:
-2
2.2345
-2.345
+12.345

Folgende Zeichenfolgen sollen sich mit G beispielsweise nicht erzeugen lassen:
–2
2.2...
+-32.
33+4

Lösung:
G=(V={Start,Vorzeichen,Zahlen,Weiteres,Ziffer},Σ={0,1,...,9,.,+,-},P,Start)
Start → Vorzeichen Zahlen Weiteres
Vorzeichen → + | - | ε
Zahlen → Ziffer Zahlen | Ziffer ε
Ziffer → 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9
Weiteres → . Zahlen | ε